## ИЗВЕСТИЯ ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Tom 89 1957

## ПРОГРЕВ ТЕЛ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЛУЧИСТОГО ТЕПЛА (Сообщение первое)

Г.П. БОЙКОВ

В работе рассматривается прогрев тел классической формы при граничном условии типа 2-го рода, когда теплообмен происходит по закону Стефана-Больцмана и лучистый поток симметричен.

Излагается метод зонального (во времени) расчета температурного поля при распространении тепла к одном измерении к предположении, что термические характеристики вещества неизменны.

Даются расчетные зависимости и соотношения, а также методика выбора расчетного интервала времени.

Известно, что при больших температурах источника тепла (приблизительно выше 800°С) передача тепла к нагреваемому телу происходит в основном лучистой энергией по закону Стефана-Больцмана.

Для того, чтобы определить температурное поле в теле при таком теплообмене, необходимо решить систему уравнений:

$$\frac{\partial T_{(x,\tau)}}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T_{(x,\tau)}}{\partial x^2} \tag{1}$$

$$T_{(x,o)} = T_o \tag{2}$$

$$\frac{\partial T_{(R,\tau)}}{\partial x} = \frac{\varepsilon_n \cdot C_o}{\lambda} \left[ \left( \frac{T_c}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{(R,\tau)}}{100} \right)^4 \right] \tag{3}$$

$$\frac{\partial T_{(o,z)}}{\partial x} = 0. {4}$$

Получить решение непосредственно из системы (1) - (4) затруднительно, так как пока еще не найдено пути, который позволил бы удовлетворительно согласовать решение дифференциального уравнения (1) с граничным условием вида (3). В связи с тем, что определение температурного поля, описанного условиями (1) - (4), имеет большой практический и принципиальный интерес, приходится прибегать к искусственным приемам, которые в некотором приближении дают возможность рассчитать прогрев тел под действием лучистого тепла.

Одним из наиболее распространенных приемов решения рассматриваемого вопроса является способ сведения граничных условий типа второго рода (3) к граничным условиям типа третьего рода путем введения условного коэффициента теплоотдачи излучением. Граничное условие, выраженное законом

$$\lambda \frac{\partial T_{(R,\tau)}}{\partial x} = \alpha_{u3.1} (T_c - T_{(R,\tau)}), \qquad (3')$$

позволяет получить решение системы (1), (2), (3'), (4) в виде:

$$\frac{T_{(x,\tau)} - T_{o}}{T_{c} - T_{o}} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\sin \mu_{n}}{\mu_{n} + \sin \mu_{n} \cdot \cos \mu_{n}} \cdot \cos \left(\mu_{n} \frac{x}{R}\right) \cdot e^{-\mu_{n}^{2} \frac{a\tau}{R^{3}}};$$
(5)
$$\left(\text{ здесь } \operatorname{ctg} \mu = \frac{\mu}{Bi} \text{ и } Bi = \frac{\alpha_{u3.l} \cdot R}{\lambda}, \operatorname{cm.} [5], [6]\right),$$

которое в некотором приближении дает возможность вести практически расчеты.

Предлагаемая методика исследования позволяет иначе подойти к рассматриваемому вопросу и дает возможность несколько более приблизить расчетные данные к практическим. Согласно этой методике, температурное поле в пространстве рассматривается в виде непрерывной функциональной зависимости, дающей плавное изменение функции в зависимости от аргумента. Расчет же температурного поля во времени производится зонально с использованием принципа конечных разностей (см. [9], [10], [12]). Исходными данными при получении распределения температуры служат решения А. В. Лыкова для пластины, цилиндра и шара при постоянном лучистом потоке (см. [6]). Решение, например, для пластины им дано в виде:

$$T_{(x,\tau)} = T_0 + \frac{g_{c_1}}{\lambda} \left[ \frac{a\tau}{R} - \frac{R^2 - 3x^2}{6R} + R \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{\mu_n^2} \right].$$

$$\cdot \cos\left(\mu_n \frac{x}{R}\right) \cdot e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}}$$
(6)
$$(3\text{десь } \sin \mu = 0).$$

Взяв выражение (6) за исходное, полагаем, что постоянный лучистый поток  $g_{C1}$  определяется по закону:

$$g_{c_1} = \varepsilon_n \cdot C_o \left[ \left( \frac{T_c}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_o}{100} \right)^4 \right]$$
 (7)

и действует не на протяжении всего процесса прогрева, а лишь на протяжении малого конечного отрезка времени, равного  $\tau_1$  Подставив  $\tau_{1d}$  выражение (6) вместо  $\tau$ , получим распределение температуры по истечении первого отрезка времени от начала прогрева. Здесь же, заменив x на R; получим значение температуры на поверхности пластины,  $T_1$  (R).

Имея эти данные, получаем распределение температуры по истечении второго такого же интервала времени  $\tau_1$  путем решения системы:

$$\frac{\partial T_{(x,\tau)}}{\partial \tau} = a. \frac{\partial^2 T_{(x,\tau)}}{\partial x^2}; \tag{8}$$

$$T_{(x,o)} = T_o + \frac{g_{c_1}}{\lambda} \left[ \frac{a \tau_1}{R} - \frac{R^2 - 3x^2}{6R} + R \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \right] \cdot \frac{2}{\mu_n^2} \cdot \cos\left(\mu_n \frac{x}{R}\right) \cdot e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau_1}{R^2}} \right]; \tag{9}$$

$$\frac{\partial T_{(R,\tau)}}{\partial x} = \frac{\varepsilon_n \cdot C_o}{\lambda} \cdot \left[ \left( \frac{T_c}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_1(R)}{100} \right)^4 \right] = \frac{g_{c_2}}{\lambda}; \tag{10}$$

$$\frac{\partial T_{(o,\tau)}}{\partial x} = 0 \tag{11}$$

и подставкой в полученное решение:

$$T_{(x,\tau)} = T_0 + \frac{g_{c_1}}{\lambda} \left[ \frac{a\tau_1}{R} - \frac{R^2 - 3x^2}{6R} + \frac{a\tau}{R} + R \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \right].$$

$$\cdot \frac{2}{\mu_n^2} \cdot \cos\left(\mu_n \frac{x}{R}\right) \cdot e^{-\frac{2}{\mu_n^2} \frac{a\tau_1}{R^2}} \cdot e^{-\frac{2}{\mu_n^2} \frac{a\tau}{R^3}} + \frac{(g_{c_1} - g_{c_1})}{\lambda} \cdot \left[ \frac{a\tau}{R} - \frac{R^2 - 3x^2}{6R} + R \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{2}{\mu_n^2} \cdot \cos\left(\mu_n \frac{x}{R}\right) \cdot e^{-\frac{\mu_n^2}{R^2} \frac{a\tau}{R^2}} \right].$$

$$\cdot e^{-\frac{\mu_n^2}{R^2} \frac{a\tau}{R^2}}$$

$$(12)$$

вместо  $\tau$  значения  $\tau_1$  (см. [1], [2], [6], [12]).

Продолжая аналогичные рассуждения, можно убедиться, что распределение температуры в пластине по истечении *m*-го момента времени от начала прогрева имеет вид:

$$T_{m}(x) = T_{o} + \frac{a\tau_{1}}{\lambda R} \cdot \left(g_{c_{1}} + g_{c_{2}} + \dots g_{c_{m}}\right) - \frac{g_{c_{m}} \cdot (R^{2} - 3x^{2})}{6\lambda R} +$$

$$+ R \sum_{n=1}^{\infty} \left(-1\right)^{n+1} \frac{2}{\mu_{n}^{2}} \cdot \cos\left(\mu_{n} \frac{x}{R}\right) \cdot \left[\frac{g_{c_{1}}}{\lambda} \cdot e^{-m\mu_{n}^{2} \frac{a\tau_{1}}{R^{2}}} - \frac{(g_{c_{1}} - g_{c_{2}})}{\lambda} \cdot e^{-(m-2)\mu_{n}^{2} \frac{a\tau_{1}}{R^{2}}} - \frac{(g_{c_{2}} - g_{c_{3}})}{\lambda} \cdot e^{-(m-2)\mu_{n}^{2} \frac{a\tau_{1}}{R^{2}}} - \frac{(g_{c_{m}-1} - g_{c_{m}})}{\lambda} \cdot e^{-\mu_{n}^{2} \frac{a\tau_{1}}{R^{2}}}\right];$$

$$(13)$$

или в сокращенной записи:

$$\frac{T_{m}(x)}{T_{c}} = \frac{T_{o}}{T_{c}} + \frac{g_{c} \cdot R}{\lambda \cdot T_{c}} \left\{ \frac{a\tau_{1}}{R^{2}} \cdot \sum_{i=1}^{i=m} \frac{g_{ci}}{g_{c}} - \frac{g_{c_{m}}}{g_{c}} \cdot \frac{R^{2} - 3x^{2}}{6R^{2}} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{\tau_{n}^{2}} \cdot \cos\left(\mu_{n} \frac{x}{R}\right) \cdot \left[\frac{g_{c_{1}}}{g_{c}} \cdot e^{-m\nu_{n}^{2} \frac{a\tau_{1}}{R^{2}}} - \frac{1}{2\pi} - \frac{g_{c_{1}} - g_{c_{(i+1)}}}{g_{c}} \cdot e^{-(m-i)\nu_{n}^{2} \frac{a\tau_{1}}{R^{2}}} \right] \right\}.$$
(14)

Последнее в критериях подобия запишется в форме

$$\Theta_{m}(X) = \Theta_{o} + K_{i} \left\{ F_{0_{1}} \sum_{i=1}^{i=m} Q_{c_{i}} - Q_{c_{m}} \cdot \frac{1}{6} (1 - 3X^{2}) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{2}{\mu_{n}^{2}} \cdot \cos \left( \mu_{n} X \right) \cdot \left[ Q_{c_{1}} \cdot e^{-m\mu_{n}^{2} F_{0_{1}}} - \sum_{i=1}^{i=m-1} \left( Q_{c_{i}} - Q_{c_{(i+1)}} \right) \cdot e^{-(m-i)\mu_{n}^{2} \cdot F_{0_{1}}} \right] \right\}.$$

$$(15)$$

Для случая "тонких"  $^{2}$  тел ( $K_i$ <0,12) вести расчет по выражениям (14) и (15) будет нерационально. В этом случае удобнее пользоваться понятием средней температуры всей массы тела, которая, например, для пластины определится из соотношения:

$$\frac{T_m^{cp}}{T_c} = \frac{1}{R} \int_{o}^{R} \frac{T_m(x)}{T_c} \cdot dx = \frac{T_o}{T_c} + \frac{g_c \cdot R}{\lambda \cdot T_c} \cdot \frac{a\tau_1}{R^2} \cdot \sum_{i=m}^{i=m} \frac{g_{c_i}}{g_c};$$
(16)

или в критериальном виде:

$$\Theta_m^{cp} = \Theta_o + K_i \cdot F_{o_i} \cdot \sum_{i=m}^{i=m} Q_{c_i} . \tag{17}$$

Выражения [16] и [17] получены как среднее интегральное от распределений соответственно (14) и (15).

Как видно из зависимостей (14) и (16), при расчете распределения температуры требуется задаваться расчетным интервалом времени  $\tau^{\text{I}}$ . Несомненно, что увеличение численного значения расчетного интервала времени  $\tau_1$  может значительно сократить объем вычислений. С другой стороны, увеличение расчетного интервала времени влечет за собой увеличение погрешности, превышение которой сверх допустимой величины снижает ценность расчета.

Предлагаемый способ выбора расчетного интервала времени включает в себя три шага. Первый шаг заключается в предварительном определении расчетного интервала времени по приближенной зависимости

$$\tau_1 = \frac{P.\lambda.T_c.R}{g_c.a} , \qquad (18)$$

где P – постоянное число, различное для пластины, цилиндра и шара (например, для пластины и цилиндра равное соответственно 0,03 и 0,025)

Второй шаг заключается в проверке полученного из формулы (18) расчетного интервала времени путем оценки приближения с использованием неравенства

$$\varphi_m \leqslant f(\tau_1), \tag{19}$$

где  $\varphi_{m}$  – действительная погрешность расчета, выраженная через лучистые потоки

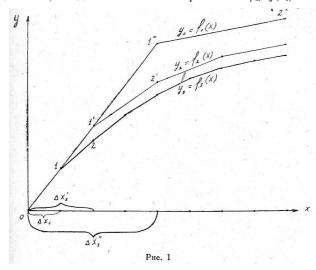
$$\varphi_m = \frac{g_{c_{ucm}} - g_{c_2}}{g_{c_1}},$$

 $f(\tau_1)$  — некоторая функция, обладающая следующими особенностями:

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup> см. [3], [4], [11], [12]. <sup>2)</sup> О "тонких" телах см. [7], [8].

- во-первых, эта функция до некоторой степени отражает действительную погрешность расчета,  $\varphi_m$  приближаясь к ней по своей численной величине;
- во-вторых, действительная погрешность расчета  $\varphi_m$  всегда меньше или равна этой функции.

Функция  $f(\tau_1)$  находится из анализа изменения температур и лучистых потоков на поверхности тела. Найдем эту функцию и докажем, что действительная погрешность  $\phi_m \le f(\tau_1)$ .



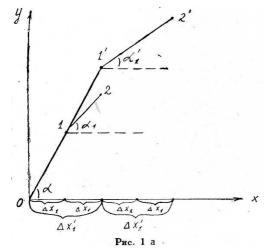
Пусть имеем некоторую ломаную кривую  $y_1 = f_1(x)$  (см. рис. 1), которая обладает следующими свойствами:

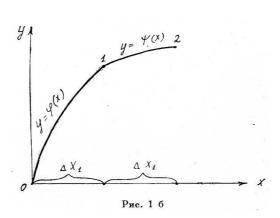
- 1) Перелом кривой происходит через одинаковые интервалы аргумента, имеющие какое-то значение  $\Delta x_1$ ".
- 2) При уменьшении численной величины интервала  $\Delta x_1$ " до  $\Delta x_1$  и далее в сторону нуля и, таким образом, при увеличении числа этих интервалов в сторону бесконечности, кривая  $y_1 = f_1(x)$  через ряд промежуточных ломаных кривых  $y_2 = f_2(x)$ ;  $y_3 = f_3(x)$  и т. д. стремится к некоторому пределу, который является "истиным" и представляет уже плавную кривую зависимости y = f(x).
- 3) Каждая последующая ломаная кривая  $y_2=f_2(x)$ ;  $y_3=f_3(x)$  и т. д. является более близкой к "истинной" кривой y=f(x) по сравнению с предыдущей и имеет более плавный ход.
- 4) Образование плавного перехода на месте перелома в любой произвольной точке говорит о том, что и точка с наибольшим переломом недалека от состояния плавности, а значит и рассматриваемая кривая недалека от наложения на истинную кривую.

Учитывая все сказанное в пунктах 1-4, рассмотрим отдельно участок рис. 1, обозначаемый точками:

$$0-1 < 0$$
(cm. puc. 1a)

Из рис. 1а видно, что кривая 0–1–2 является более близкой к истинной кривой, чем кривая 0–1–2′, так как  $\alpha_1$  стоит по своей величине значительно ближе к  $\alpha_2$ , чем  $\alpha_2$ , о чем говорит более плавный ход кривой 0–1–2.





Очевидно, что степень несовпадения кривой 0-1-2 и истинной кривой может быть оценена из соотношения

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha} . \tag{V}$$

Чем меньшее значение имеет это отношение, тем кривая 0-1-2 ближе подходит к истинной и наоборот. Если ломаная кривая состоит из отдельных плавных кривых (см. рис. 16), функциональная зависимость которых известна в первых двух интервалах  $[y=\phi(x);y=\phi(x)]$ , то выражение (V) может быть представлено через угловые коэффициенты:

$$\frac{d\varphi(x)_{x=\Delta x_1}}{dx} - \frac{d\psi(x)_{x=0}}{dx}.$$

$$\frac{d\varphi(x)_{x=\Delta x_1}}{dx}.$$
(W)

Значит, для нашего случая при расчетах изменения температуры, например, на поверхности пластины, зависимость, аналогичная (W), примет вид:

$$-\frac{dT_{1(R, au_1)}}{d au}$$
  $-\frac{dT_{2(R,O)}}{d au}$   $-\frac{dT}{d au}$   $-\frac{dT}{d au_1(R, au_1)}$   $-\frac{dT}{d au_1(R, au_1)}$ 

Здесь, согласно выражений (6) и (12),

$$T_{1(R,\tau)} = T_o + \frac{g_{c_1} \cdot R}{\lambda} \left[ \frac{a\tau}{R^2} + \frac{1}{3} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^2} \cdot e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} \right]$$

$$T_{2(R,\tau)} = T_o + \frac{g_{c_1} \cdot R}{\lambda} \left[ \frac{a\tau_1}{R^2} + \frac{1}{3} + \frac{a\tau}{R^2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^2} \cdot e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau_1}{R^2}} \right].$$

$$\cdot e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} + \frac{(g_{c_2} - g_{c_1})R}{\lambda} \cdot \left[ \frac{a\tau}{R^2} + \frac{1}{3} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^2} e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} \right],$$

поэтому

$$f(\tau_1) = \frac{3(g_{c_1} - g_{c_2})}{g_{c_1} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau_1}{R^2}} \right]}.$$

Сравнивая теперь

$$arphi_m = rac{g_{c_{ucm}} - g_{c_z}}{g_{c_1}}$$
 и  $rac{3(g_{c_1} - g_{c_z})}{g_{c_1} \left[1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\mu_n^2 rac{a z_1}{R^2}}
ight]} = f(z_1),$ 

заключаем, что для пластины всегда существует неравенство

$$\varphi_m \leqslant \frac{3(g_{c_1} - g_{c_2})}{g_{c_1} \left[1 + 2\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\mu_n^2 \frac{az_1}{R^2}}\right]},$$
(20)

потому что

$$g_{c_1} = \varepsilon_n C_o \left[ \left( \frac{T_c}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_o}{100} \right)^4 \right] \gg g_{c_{ucm}} = \varepsilon_n \cdot C_o \left[ \left( \frac{T_c}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{ucm}}{100} \right)^4 \right]$$

(так как  $T_0$  — начальная температура тела, а  $T_{\text{ист.}}$  — температура на поверхности по истечении некоторого отрезка времени от начала прогрева).

Следует отметить, что ряд в выражениях (14) и (15) (третий член в фигурных скобках) быстро сходится, его значение с увеличением времени становится очень малым по сравнению с двумя первыми слагаемыми в фигурных скобках. Поэтому, начиная с некоторого момента времени, им можно пренебречь. Тогда дальнейший расчет, связанный с учетом лишь первых двух слагаемых в фигурных скобках, значительно упрощается.

Удельный расход тепла для пластины может быть определен по формуле:

$$\Delta g_{\mathcal{S}}^{(m)} = \tau_1 \sum_{i=1}^{i=m} g_{c_i}. \tag{21}$$

Выражения, аналогичные (14) – (21), для цилиндра имеют вид:

$$\frac{T_{m}(r)}{T_{c}} = \frac{T_{o}}{T_{c}} + \frac{g_{c}R}{\lambda \cdot T_{c}} \cdot \left\{ 2 \cdot \frac{a\tau_{1}}{R^{2}} \cdot \sum_{i=1}^{l=m} \frac{g_{c_{i}}}{g_{c}} - \frac{1}{4} \cdot \frac{g_{c_{m}}}{g_{c}} \left(1 - 2 \frac{r^{2}}{R^{2}}\right) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_{n}^{2} \cdot J_{o}(\mu_{n})} \cdot J_{o}\left(\mu_{n} \frac{r}{R}\right) \left[\frac{g_{c_{i}}}{g_{c}} \cdot e^{-m\nu_{n}^{2} \frac{a\tau_{1}}{R^{2}}} - \frac{1}{R^{2}}\right] - \sum_{i=1}^{l=m-1} \frac{g_{c_{i}} - g_{c_{i}(l+1)}}{g_{c}} \cdot e^{-(m-l)\nu_{n}^{2} \frac{a\tau_{1}}{R^{2}}}\right] \right\}; \tag{14'}$$

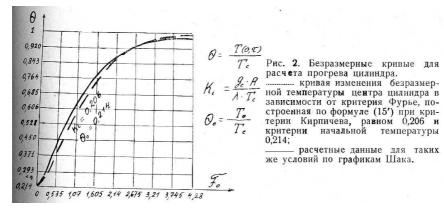
$$\Theta_{m}(R) = \Theta_{o} + K_{i} \left\{ 2F_{o_{i}} \sum_{i=1}^{l=m} Q_{c_{i}} - \frac{1}{4} Q_{e_{m}} (1 - 2R^{2}) - \frac{1}{2} \left\{ 2F_{o_{i}} \sum_{i=1}^{l=m} Q_{c_{i}} - \frac{1}{4} Q_{e_{m}} (1 - 2R^{2}) - \frac{1}{2} \left\{ 2F_{o_{i}} \sum_{i=1}^{l=m} Q_{c_{i}} - \frac{1}{4} Q_{e_{m}} (1 - 2R^{2}) - \frac{1}{2} \left\{ 2F_{o_{i}} \sum_{i=1}^{l=m} Q_{c_{i}} - \frac{1}{4} Q_{e_{m}} (1 - 2R^{2}) - \frac{1}{2} \left\{ 2F_{o_{i}} \sum_{i=1}^{l=m} Q_{c_{i}} - \frac{1}{4} Q_{e_{m}} (1 - 2R^{2}) - \frac{1}{2} \left\{ 2F_{o_{i}} \sum_{i=1}^{l=m} Q_{c_{i}} - \frac{1}{4} Q_{e_{m}} (1 - 2R^{2}) - \frac{1}{2} \left\{ 2F_{o_{i}} \sum_{i=1}^{l=m} Q_{c_{i}} - \frac{1}{4} Q_{e_{m}} (1 - 2R^{2}) - \frac{1}{2} \left\{ 2F_{o_{i}} \sum_{i=1}^{l=m} Q_{c_{i}} - \frac{1}{4} Q_{e_{m}} (1 - 2R^{2}) - \frac{1}{4} Q_{e_{m}} (1$$

$$\Theta_m^{cp} = \Theta_O + 2K_i \cdot F_{O_i} \sum_{i=1}^{i=m} Q_{c_i} ; \qquad (17')$$

$$\varphi_{m} \leqslant \frac{2(g_{c_{1}} - g_{c_{2}})}{g_{c_{1}} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\nu_{n}^{2} \frac{a\tau_{4}}{R^{2}}}\right]};$$
(20')

$$\Delta g_v = \frac{2}{R} \cdot \tau_1 \cdot \sum_{i=1}^{l=m} g_{c_i};$$
 (21')

Подобные соотношения могут быть написаны и для шара.



На рис. 2 показана кривая безразмерной температуры центра цилиндра (пунктирная линия), построенная по формуле (15').

Для сравнения сплошной линией показана безразмерная расчетная кривая, построенная по графикам Шака для тех же условий.

## **ЛИТЕРАТУРА**

- 1. Дидкин В.А. и Кузнецов Н.И. Справочник по операционному исчислению, М.-Л., 1951.
- 2. Карслоу Х.С. и Эгер Д.Т. Операционные методы в прикладной математике, ГИТТЛ, М., 1948.
- 3. Иванцов Г.П. Анализ подобия нагрева металла в муфельной печи, Сборник "Промышленные печи", Металлургиздат, 1953.
- 4. Кирпичев М.В., Михеев М.А., Эйгенсон Л.С. Теплопередача, ГЭИ, М., 1940.
- 5. Лыков А.В. Теплопроводность нестационарных процессов, ГИТТЛ, М.-Л., 1948.
- 6. Лыков А.В. Теория теплопроводности, ГИТТЛ, М., 1952.
- 7. Немчинский А.Л. Тепловые расчеты термической обработки, Судпромгиз, 1953.
- 8. Иванцов Г.П. Нагрев металлов, Металлургиздат, М., 1950.
- 9. Тайц. Н.Ю. Технология нагрева стали, Металлургиздат, М., 1950.
- 10. Шваб В.А. Нестационарные температурные поля в твердых телах при изменяющихся граничных условиях, Вестник инженеров и техников, 3, 1935.
- 11. Эйгенсон Л.С. Моделирование, ГИ "Советская наука", М., 1952.
- 12. Бойков Г.П. Прогрев тел под действием лучистого тепла (диссертация), Томск, 1955.

## ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

- T переменная температура тела, °К.
- $T_c$  температура источника тепла, °К.
- $T_0$  начальная температура тела, °К.
- $g_c$  лучистый поток от источника тепла в пустоту при степени черноты системы  $\varepsilon_n$ ,  $\frac{\kappa \kappa a \pi}{M^2 4 a c}$ .
- $g_{ci.}$  лучистый поток на поверхности тела в итый момент времени, направленный внутрь тела,  $\frac{KKAI}{M^2 vac}$
- $\tau$  время, час.
- x, r текущие координаты, m.
- R половина толщины (радиус) тела, M.
- $\lambda$  коэффициент теплопроводности,  $\frac{\kappa \kappa a n}{m \, vac^0}$ .
- $\varepsilon_n$  приведенная степень черноты системы.
- $C_0$  коэффициент излучения черного тела,  $\frac{\kappa \kappa a \pi}{m^2 4 a c^0 K^4}$ .
- $lpha_{\scriptscriptstyle \!\mathit{ust.}}$  коэффициент теплоотдачи излучением,  $\frac{\kappa \kappa a \pi}{m^2 u a c}$ .
- $\mu_n$  корни характеристических уравнений:  $\sin \mu = 0$ ;  $J_1(\mu) = 0$ .
- a коэффициент температуропроводности,  $m^2/чac$ .

$$K_{\!\scriptscriptstyle i} = rac{g_{\scriptscriptstyle c} \cdot R}{\lambda \cdot T_{\scriptscriptstyle c}}$$
 — критерии Кирпичева.

$$F_{01} = \frac{a\tau_1}{R^2}$$
 – критерии Фурье.

$$\Theta = \frac{T}{T_c}$$
 — критерий безразмерной температуры.

$$Q_{cl} = rac{g_{cl}}{g_c}$$
 — критерий безразмерного лучистого потока.

$$X = \frac{x}{R}$$
 – критерии безразмерной координаты.